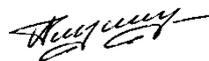


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко

25.05.2023

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.16 Теория вероятностей**

1. Код и наименование специальности: 01.05.01 Фундаментальная математика и механика
2. Профиль специализации: Современные методы теории функций в
3. Квалификация выпускника: Математик. Механик. Преподаватель
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. Составители программы: доц., к.ф.-м.н. Райхельгауз Л.Б.
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета  
Протокол № 0500-06 от 25.05.2023
8. Учебный год: 2025/2026 Семестр(ы): 5

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Целью курса является ознакомление слушателей со стохастическим подходом описания обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций. Основной задачей курса является изучение численных закономерностей в опытах, результаты которых не могут быть предсказаны однозначно до проведения испытаний. В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей» студент должен владеть основами создания математических моделей (т.е. описанием явлений при помощи набора строго определенных символов и операций над ними), методами и теоретической базой, необходимыми для осуществления прогнозов в области случайных явлений.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Теория вероятностей» относится к Блоку 1 Обязательной части, т.е. является обязательной дисциплиной для изучения обучающимися. Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим (а также параллельно изучаемым) дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, алгебра, дифференциальные уравнения и др.

Приступая к изучению данной дисциплины, студент должен иметь теоретическую и практическую подготовку по алгебре и началам анализа, по геометрии, т.е. владеть математическими знаниями, умениями и навыками, полученными в общеобразовательных учреждениях; кроме того необходимы глубокие знания в одном из фундаментальных разделов математики – математическом анализе.

Студент должен обладать следующими компетенциями:

- наличием культуры мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения;
- умением логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь;
- стремлением к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства;

Освоение курса необходимо для дальнейшего изучения математической статистики. Знание курса может существенно помочь при построении и анализе различных математических моделей, возникающих в физике, химии и биологии, медицине, экономике, финансовой и актуарной областях, а также в технике. Кроме того, методы теории вероятностей широко применяются в целом ряде направлений современной математики.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулиро-	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, получен-	Знать: основные термины и утверждения, полученные в области математических и (или) естественных наук.

<p>вать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики</p>		<p>ными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p>Уметь использовать основные термины и утверждения, полученные в области математических и (или) естественных наук.</p> <p>Владеть основными терминами и утверждениями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>
	ОПК-1.2	<p>Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p>Знать как использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>Уметь: грамотно использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами</p>
	ОПК-1.3.	<p>Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p>Знать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p> <p>Уметь использовать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p> <p>Владеть методами самостоятельного методов решения задач математической статистики на основе теоретических знаний.</p>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 4 /144.**

**Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен) 8 семестр – экзамен.**

### 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			5 семестр
Контактная работа		30	30
в том числе:	лекции	34	34
	практические	34	34
	лабораторные	-	-
	курсовая работа	-	-

	контрольные работы	2	2
Самостоятельная работа		40	40
Промежуточная аттестация		36	36
	Итого:	<b>144</b>	<b>144</b>

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1.	Случайный опыт. Вероятностное пространство	Предмет теории вероятностей. Случайные события, их классификация. Действия над событиями. Случайные события. Алгебра событий (теоретико-множественная трактовка).
		Свойство статистической устойчивости относительной частоты события. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Схема выбора без возвращений. Схема выбора с возвращением.
		Геометрическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей. Конечное вероятностное пространство.
1.2.	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий. Независимые испытания	Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез).
		Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.
1.3.	Случайные величины	Понятие случайной величины. Дискретная, непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
		Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства.
		Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана. Моменты случайных величин. Асимметрия и эксцесс. Квантили.
		Основные законы распределения случайных величин. Биномиальный закон распределения. Распределение Пуассона.
		Геометрическое распределение. Гипергеометрический закон распределения. Равномерный закон распределения. Показательный закон распределения. Нормальный закон распределения.
		Система случайных величин и закон ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.

		Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.
		Двумерное нормальное распределение. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции.
1.4.	Многомерная случайная величина	Многомерная случайная величина. Характеристическая функция и ее свойства. Характеристическая функция нормальной случайной величины
		Функция одного случайного аргумента. Функции двух случайных аргументов. Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение Пирсона. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера-Снедекора.
1.5.	Предельные теоремы	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.
		Центральная предельная теорема. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1.	Случайный опыт. Вероятностное пространство	Предмет теории вероятностей. Случайные события, их классификация. Действия над событиями. Случайные события. Алгебра событий (теоретико-множественная трактовка).
		Свойство статистической устойчивости относительной частоты события. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Схема выбора без возвращений. Схема выбора с возвращением.
		Геометрическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей. Конечное вероятностное пространство.
2.2	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий. Независимые испытания	Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез). Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.
		Контрольная работа № 1
2.3.	Случайные величины	Понятие случайной величины. Дискретная, непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства.
		Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана. Моменты случайных величин. Асимметрия и эксцесс. Квантили.
		Основные законы распределения случайных величин. Биномиальный закон распределения. Распределение Пуассона.

		<p>Геометрическое распределение. Гипергеометрический закон распределения. Равномерный закон распределения. Показательный закон распределения. Нормальный закон распределения.</p> <p>Система случайных величин и закон ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.</p> <p>Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.</p> <p>Двумерное нормальное распределение. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции.</p>
2.4.	Многомерная случайная величина	<p>Многомерная случайная величина. Характеристическая функция и ее свойства. Характеристическая функция нормальной случайной величины</p> <p>Функция одного случайного аргумента. Функции двух случайных аргументов.</p> <p>Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение Пирсона. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера-Снедекора.</p>
2.5.	Предельные теоремы	<p>Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.</p>
		Контрольная работа № 2
<b>3. Самостоятельная работа</b>		
3.1.	Случайный опыт. Вероятностное пространство	<p>Предмет теории вероятностей. Случайные события, их классификация. Действия над событиями. Случайные события. Алгебра событий (теоретико-множественная трактовка).</p> <p>Свойство статистической устойчивости относительной частоты события. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Схема выбора без возвращений. Схема выбора с возвращением.</p> <p>Геометрическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей. Конечное вероятностное пространство.</p>
3.2.	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий. Независимые испытания	<p>Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез).</p> <p>Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.</p>
3.3	Случайные величины	<p>Понятие случайной величины. Дискретная, непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.</p> <p>Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства.</p> <p>Числовые характеристики случайных величин.</p>

		<p>Математическое ожидание. Дисперсия. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана. Моменты случайных величин. Асимметрия и эксцесс. Квантили.</p> <p>Основные законы распределения случайных величин. Биномиальный закон распределения. Распределение Пуассона.</p> <p>Геометрическое распределение. Гипергеометрический закон распределения. Равномерный закон распределения. Показательный закон распределения. Нормальный закон распределения.</p> <p>Система случайных величин и закон ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.</p> <p>Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.</p> <p>Двумерное нормальное распределение. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции.</p>
3.4.	Многомерная случайная величина	<p>Многомерная случайная величина. Характеристическая функция и ее свойства. Характеристическая функция нормальной случайной величины</p> <p>Функция одного случайного аргумента. Функции двух случайных аргументов.</p> <p>Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение Пирсона. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера-Снедекора.</p>
3.5.	Предельные теоремы	<p>Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.</p> <p>Центральная предельная теорема. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.</p>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Случайный опыт. Вероятностное пространство	6	6	-	6	18
2	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий. Независимые испытания	4	4	-	4	12
3	Случайные величины	14	14	-	14	42
4	Многомерная случайная величина	6	6	-	6	18

5	Предельные теоремы	4	4	-	10	18
Итого:		34	34		40	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в чтении лекции и проведении практических занятий. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Теория вероятностей» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в семестрах, на которую отводится 40 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Теория вероятностей» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (коллоквиумам и выполнению практических заданий) (примеры см. ниже).

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и коррек-

тирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям (5 семестр – экзамен)

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (5 семестр – экзамен).

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	<b>Буре, В. М.</b> Теория вероятностей и математическая статистика : / Буре В. М., Парилина Е. М. — Москва : Лань, 2013. — Допущено УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 — «Прикладная математика и информатика» и 010300 — «Фундаментальная информатика и информационные технологии». — ISBN 978-5-8114-1508-3. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=10249">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=10249</a> >.
02	<b>Миносцев, В. Б.</b> Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 4. Теория вероятностей и математическая статистика : / Миносцев В.Б., Пушкарёв Е.А., Берков Н.А., Мартыненко А.И. — Москва : Лань, 2013. — Допущено НМС по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим специальностям. — ISBN 978-5-8114-1561-8. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=32817">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=32817</a> >.
03	<b>Горлач, Б. А.</b> Теория вероятностей и математическая статистика : / Горлач Б.А. — Москва : Лань, 2013. — ISBN 978-5-8114-1429-1. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=4864">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=4864</a> >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
06	<b>Боровков Александр Алексеевич.</b> Математическая статистика [Текст] : учеб. / А. А. Боровков. — Москва : Лань, 2010. — 704 с. — (Лучшие классические учебники). — ISBN 978-5-8114-1013-2 : 669.90. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3810">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3810</a> >.
07	<b>Туганбаев, Аскар Аканович.</b> Теория вероятностей и математическая статистика : / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. — Москва : Лань, 2011. — 223 с. : ил. ; 21. — (Учебники для вузов, Специальная литература). — Библиогр.: с. 221 (9 назв.). — ISBN 978-5-8114-1079-8. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=652">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=652</a> >.
08	<b>Флегель, Александр Валерьевич.</b> Пособие по решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : [учебное пособие] : [для студ. 2 к. днев. отд-ния фак. компьютер. наук направлений: 09.03.02 -Информ. системы и технологии; 09.03.03 - Приклад. информатика; 09.03.04 - Программная инженерия; 02.03.01 - Математика и компьютер. науки]. Ч. 1. Теория вероятностей / А.В. Флегель, Е.А. Сирота, А.Ф. Клиньских ; Воронеж. гос. ун-т ; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — Загл. с титула экрана. — Электрон. версия печ. публикации. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — Windows 2000; Ado-

	be Acrobat Reader .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-204.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-204.pdf</a> >.
--	---

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Источник
1	Полнотекстовая база «Университетская библиотека» – образовательный ресурс. – <URL: <a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a> >.
2	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http // www.lib.vsu.ru/</a> ).

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
01	<b>Буре, В. М.</b> Теория вероятностей и математическая статистика : / Буре В. М., Парилина Е. М. — Москва : Лань, 2013 .— Допущено УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 — «Прикладная математика и информатика» и 010300 — «Фундаментальная информатика и информационные технологии» .— ISBN 978-5-8114-1508-3 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=10249">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=10249</a> >.
02	<b>Миносцев, В. Б.</b> Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 4. Теория вероятностей и математическая статистика : / Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А., Берков Н.А., Мартыненко А.И. — Москва : Лань", 2013 .— Допущено НМС по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим специальностям .— ISBN 978-5-8114-1561-8 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=32817">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=32817</a> >.
03	<b>Горлач, Б. А.</b> Теория вероятностей и математическая статистика : / Горлач Б.А. — Москва : Лань, 2013 .— ISBN 978-5-8114-1429-1 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=4864">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=4864</a> >.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

- Урок-лекция с применением современных технологий (урок-презентация).

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Типовое оборудование учебной аудитории.
2. Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ (<http://www.lib.vsu.ru>)

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Случайный опыт. Вероятностное пространство	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, Контрольная работа 1, контрольно-измерительные материалы к экзамену
2	Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий. Независимые испытания	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, Контрольная работа 1, контрольно-измерительные материалы к экзамену
3	Случайные величины	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, контрольно-измерительные материалы к экзамену
4	Многомерная случайная величина	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, контрольно-измерительные материалы к экзамену
5	Предельные теоремы	ОПК-1	ОПК – 1.1, ОПК – 1.2, ОПК – 1.3	Промежуточная аттестация – экзамен, контрольно-измерительные материалы к экзамену
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен				Перечень вопросов к экзамену

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа 1, контрольная работа 2..

#### Примерный перечень задач для контрольной работы №1

1. Найти вероятность того, что кость, наудачу извлеченная из полного набора домино, не содержит числа 5
2. Студент знает ответ на 20 теоретических вопросов из 30 и сможет решить 30 задач из 50. Определить вероятность того, что студент полностью ответит на билет, который состоит из двух теоретических вопросов и трех задач
3. На складе имеется 20 телефонных аппаратов корейского производства и 30 – немецкого. В среднем 5% корейских аппаратов и 2% немецких имеют брак. 1) Найти вероятность того, что случайно выбранный аппарат бракованный. 2) Случайно выбранный аппарат бракованный. С какой вероятностью этот аппарат был немецким?

4. В коробке лежат девять карточек, на которых написаны цифры от 1 до 9. Последовательно вынимают две карточки и кладут их рядом – получают двузначное число. Например, вынуты карточки с числами 1 и 3 – получили число 13, вынуты карточки с числами 3 и 1 – получили число 31. Найти вероятность, что полученное число является полным квадратом

5. Из 20 деталей, среди которых 8 высшего качества, случайным образом выбираются на сборку 5. Какова вероятность того, что среди них окажется ровно 3 детали высшего качества?

6. Упаковка сосисок производится двумя автоматами с одинаковой производительностью  $\mu$ . Доля брака, допускаемого первым автоматом, равна 5%, а вторым – 7%. 1) Найти вероятность того, что наудачу взятая упаковка окажется бракованной. 2) Наудачу взятая упаковка оказалась бракованной. С какой вероятностью эта упаковка произведена первым автоматом?

### Примерный перечень задач для контрольной работы №2

1. Производятся последовательные испытания четырех приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Вероятность выдержать испытание для каждого прибора равна 0,9. Составьте таблицу распределения случайной величины  $X$ , равной числу испытанных приборов.

2. Найти  $p$ , функцию распределения,  $MX$  и  $DX$ , если задан ряд распределения

$x_i$	-1	0	1	2	3
$p_i$	0,2	0,1	$p$	0,3	0,2

3. Найти  $F(x, y)$ , математическое ожидание, ковариационную матрицу и проверить стохастическую независимость координат случайного вектора  $(x, y)$ , если

$y_i$	1	9	13
$x_i$			
2	0,15	0,05	0,05
10	0,25	0,15	0,35

4. Производятся четыре независимых опыта Бернулли, причем вероятность успеха в каждом опыте равна 0,6. Случайная величина  $X$  - число успехов в четырех опытах. Составьте закон распределения случайной величины  $X$

5. Найти  $p$ , функцию распределения,  $MX$  и  $DX$ , если задан ряд распределения

$x_i$	-2	-1	1	3	4
$p_i$	0,3	0,1	0,3	$p$	0,1

6. Найти  $F(x, y)$ , математическое ожидание, ковариационную матрицу и проверить стохастическую независимость координат случайного вектора  $(x, y)$ , если

$y_i$	1	9	13
$x_i$			
3	0,2	0,23	0,17
6	0,12	0,15	0,13

### Примерный перечень задач для самостоятельной работы

1. В классе имеется 8 компьютеров. Вероятность того, что в данный момент компьютер включен равна 0,8 для каждого из компьютеров. Определить вероятность того, что в данный момент будет включено ровно 3 компьютера; не менее двух компьютеров.

2. Имеется две партии деталей. В первой партии 10 деталей, из которых 2 бракованных; во второй партии 12 деталей, из которых одна бракованная. Из наудачу выбранной партии выбирается две детали. Определить вероятность того, что обе детали будут не бракованными.

3. У сборщика 16 деталей, изготовленных заводом №1 и 4 детали, изготовленные заводом №2. Наудачу выбирается 3 детали. Определить вероятность того, что хотя бы одна деталь будет изготовлена заводом №1.

4. Из 10 независимых испытаний событие А появилось 6 раз. Какова вероятность этого события, если вероятность появления события А в одном испытании одинакова и равна 0,3?

5. Торговый агент имеет 5 телефонных номеров потенциальных покупателей и звонит им до тех пор, пока не получит заказ на покупку товара. Вероятность того, что потенциальный покупатель сделает заказ, равна 0,4. Составить закон распределения числа телефонных разговоров, которые предстоит провести агенту. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Найти функцию распределения.

6. Каждый поступающий в институт должен сдать 3 экзамена. Вероятность успешной сдачи первого экзамена 0,9, второго – 0,8, третьего – 0,7. Следующий экзамен поступающий сдает только в случае успешной сдачи предыдущего. Составить закон распределения числа экзаменов, сдававшихся поступающим в институт. Найти математическое ожидание этой случайной величины. Найти функцию распределения.

7. Охотник, имеющий 4 патрона, стреляет по дичи до первого попадания или до израсходования всех патронов. Вероятность попадания при первом выстреле равна

0,6, при каждом последующем – уменьшается на 0,1. Необходимо: а) составить закон распределения числа патронов, израсходованных охотником; б) найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Найти функцию распределения.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание*:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

**Текущий контроль** предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях. При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

### **Описание технологии проведения**

Контрольные работы проводятся письменно.

### **Требование к выполнению заданий**

#### **Контрольная работа**

За контрольную работу ставится оценка «зачтено», в случае, если обучающийся выполнил:

- правильно в полном объеме все задания контрольной работы, показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающийся выполнил все задания с небольшими неточностями и показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающий выполнил половину из предложенных заданий правильно, остальные с существенными неточностями и показал удовлетворительное владение навыками полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала.

В остальных случаях обучающемуся ставится за контрольную работу «незачтено».

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 240 минут.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций. На экзамене оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

### Описание технологии проведения

На экзамене студент вытягивает билет, который содержит два теоретических вопроса и один практический. Все вопросы и задачи, входящие в билеты, охватывают весь материал, изучаемый за весь семестр.

### Примерный перечень вопросов и задач для промежуточной аттестации

1. Случайные события, их классификация. Действия над событиями.
2. Центральная предельная теорема.
3. На проверку поступила партия микросхем, среди которых 10% дефектных. При проверке дефект обнаруживается с вероятностью 0.95. С вероятностью 0.03 исправная микросхема может быть признана дефектной. Проверили одну микросхему. 1) Найти вероятность следующего события  $A$ : проверенная микросхема признана дефектной; 2) Событие  $A$  произошло, то есть проверенная микросхема признана дефектной. Найти вероятность того, что она была исправной.

4. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности.
5. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.
6. В пирамиде установлены 5 винтовок, из которых 3 снабжены оптическим прицелом, Вероятность попасть в цель из винтовки с оптическим прицелом равна 0.95, а для винтовки без прицела – 0.7. 1) Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки. 2) Известно, что цель поражена. Найти вероятность, что она поражена из винтовки без прицела.
7. Случайные события. Алгебра событий. Свойство статистической устойчивости относительной частоты события.
8. Центральная предельная теорема.
9. Холодильники, поступающие в продажу, изготовлены тремя заводами, причем первый поставляет 30% всего количества, и вероятность того, что они бракованные, равна 0.1, второй – 60% с вероятностью брака 0.2, и третий – 10% с вероятностью брака 0.3. Определить вероятность того, что оказавшийся бракованным холодильник изготовлен на третьем заводе.

### Требование к выполнению заданий

Критерии выставления оценок:

Оценки	Критерии
Отлично	обучающийся показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, на все вопросы билета даны правильные исчерпывающие ответы, приведены доказательства обучающийся аргументировано и логично излагает материал, правильно решает все предложенные практические задания; дополнительные вопросы не вызывают затруднений
Хорошо	обучающийся показывает свой интеллектуальный и общекультурный уровень, твердо знает предмет учебной дисциплины, логично излагает изученный материал, умеет применять теоретические знания для решения практических задания, на вопросы билеты получены полные и верные ответы, приведено доказательство, но есть небольшие неточности в формулировках и затруднения при ответе на дополнительные вопросы
Удовлетворительно	обучающийся показывает свой общекультурный уровень, в основном знает предмет учебной дисциплины, знает основные определения и термины, имеет определенные знания предмета, практические задания решить не может, также не может привести доказательства.
Неудовлетворительно	степень освоения учебной дисциплины обучаемым не соответствует критериям, предъявляемым к оценке «удовлетво-

	рительно»
--	-----------

**20.3 Фонд оценочных средств форсированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ.**

**ОПК-1.** Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

**Задания открытого типа (число) Test1-5:**

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**!Task1**

К концу года два исследователя планируют закончить работу и получить патенты на свои изобретения (работа над патентами исследователей независима друг от друга). Вероятность закончить работу для первого исследователя равна 0.8, для второго: 0.75. Вероятность того, что до конца года хотя бы один из исследователей получит патент, равна...

**!Solution**

Обозначим события:

$A = \{\text{Первый исследователь получит патент}\}$

$B = \{\text{Второй исследователь получит патент}\}$

Тогда событие  $\{\text{Хотя бы один исследователь получит патент}\} = A + B$ .

События  $A$  и  $B$  независимые, совместные,  $P(A) = 0,8$ ,  $P(B) = 0,75$

Используя теорему о сложении вероятностей, найдем:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,8 + 0,75 - 0,8 \cdot 0,75 = 0,95.$$

**!True**

0,95

**!Task2**

К концу года два исследователя планируют закончить работу и получить патенты на свои изобретения (работа над патентами исследователей независима друг от друга). Вероятность закончить работу для первого исследователя равна 0.8, для второго: 0.75. Вероятность того, что до конца года только один из исследователей получит патент, равна...

**!Solution**

Обозначим события:

$A = \{ \text{Первый исследователь получит патент} \}$

$B = \{ \text{Второй исследователь получит патент} \}$

Тогда событие  $\{ \text{Только один исследователь получит патент} \} = \{ \text{Либо (первый получит патент, а второй не получит), либо (первый не получит патент, а второй получит)} \} = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$ .

Здесь сумма несовместных событий, кроме того события  $A$  и  $B$  независимые,  $P(A) = 0,8$ ,  $P(B) = 0,75$

Используя теоремы о сложении и умножении вероятностей, найдем:

$$\begin{aligned} P(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B) &= P(A \cdot \bar{B}) + P(\bar{A} \cdot B) = \\ &= P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = 0,8 \cdot (1 - 0,75) + (1 - 0,8) \cdot 0,75 = 0,35 \end{aligned}$$

**!True**

0,35

**!Task3**

В ящике 6 шаров, из которых 3 – белые, остальные - черные. Найти число способов выбора двух шаров, если они могут быть любого цвета.

**!Solution**

В данном случае цвет не существен. Поэтому имеется

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$$

способов выбора двух шаров

**!True**

15

**!Task4**

В магазине продаются электролампы производства трех заводов, причем доля первого завода - 30%, второго - 50%, третьего - 20%. Брак в их продукции составляет соответственно 5%, 3% и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампа оказалась бракованной.

**!Solution**

Пусть событие  $H_1$  состоит в том, что выбранная лампа произведена на первом заводе,  $H_2$  на втором,  $H_3$  - на третьем заводе. Очевидно:

$$P(H_1) = 3/10, P(H_2) = 5/10, P(H_3) = 2/10.$$

Пусть событие  $A$  состоит в том, что выбранная лампа оказалась бракованной;  $A/H_i$  означает событие, состоящее в том, что выбрана бракованная лампа из ламп, произведенных на  $i$ -ом заводе. Из условия задачи следует:

$$P(A/H_1) = 5/10; P(A/H_2) = 3/10; P(A/H_3) = 2/10$$

По формуле полной вероятности получаем

$$P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{100} + \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{100} + \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{100} = \frac{34}{1000} = 0,034.$$

**!True**

0,034

**!Task5**

Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{4}, & \text{при } -1 < x \leq 3 \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases}.$$

Найти вероятность того, что в результате испытания с.в.  $X$  примет значение, принадлежащее полуинтервалу  $[0,2)$ .

**!Solution**

Так как на полуинтервале  $[0,2)$

$$F(X) = \frac{x}{4} + \frac{1}{4}, \text{ то}$$

$$P(0 \leq X < 2) = F(2) - F(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

**!True**

0,5

**!End****Задачи на соответствие !Task6-10**

- (2 балла – все соответствия определены верно;
- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

**!Task6**

Установите соответствие между функцией плотности распределения вероятностей непрерывной с. в.  $X$  и значениями ее математического ожидания и дисперсии

$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x \in [1; 4] \\ 0, & x \notin [1; 4] \end{cases}$	$M(X) = 1,5, \quad D(X) = 0,75$
$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & x \in [-2; 2] \\ 0, & x \notin [-2; 2] \end{cases}$	$M(X) = 0, \quad D(X) = \frac{4}{3}$

$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in [1; 6] \\ 0, & x \notin [1; 6] \end{cases}$	$M(X) = 3,5, \quad D(X) = \frac{25}{12}$
	$M(X) = 1,5, \quad D(X) = \frac{5}{12}$

**!Solution**

1) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[1; 4]$ :  $a = 1, b = 4$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 2,5;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{3^2}{12} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

2) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[-2; 2]$ :  $a = -2, b = 2$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 0;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{4^2}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}.$$

3) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[1; 6]$ :  $a = 1; b = 6$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 3,5;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{5^2}{12} = \frac{25}{12}.$$

**!Task7**

Установите соответствие между функцией плотности распределения вероятностей непрерывной с. в.  $X$  и значениями ее математического ожидания и дисперсии

$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in [-1; 4] \\ 0, & x \notin [-1; 4] \end{cases}$	$M(X) = 1,5, \quad D(X) = \frac{25}{12}$
$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x \in [2; 4] \\ 0, & x \notin [2; 4] \end{cases}$	$M(X) = 3, \quad D(X) = \frac{1}{3}$
$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{7}, & x \in [-1; 6] \\ 0, & x \notin [-1; 6] \end{cases}$	$M(X) = 2,5, \quad D(X) = \frac{49}{12}$
	$M(X) = 8, \quad D(X) = -3,5$

**Solution**

1) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[-1; 4]$ :  $a = -1, b = 4$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 1,5;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{5^2}{12} = \frac{25}{12}.$$

2) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[2; 4]$ :  $a = 2, b = 4$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 3;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

3) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[-1; 6]$ :  $a = -1; b = 6$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 2,5;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{49}{12}.$$

**!Task8**

Установите соответствие между функцией плотности распределения вероятностей непрерывной с. в.  $X$  и значениями ее математического ожидания и дисперсии

$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$M(X) = 1, \quad D(X) = 1$
$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$M(X) = \frac{1}{2}, \quad D(X) = \frac{1}{4}$
$f_X(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$M(X) = \frac{1}{3}, \quad D(X) = \frac{1}{9}$
	$M(X) = 2, \quad D(X) = \frac{1}{2}$

**!Solution**

1) С. в.  $X$  имеет показательное распределение с параметром  $a = 1$ .

$$M(X) = \frac{1}{a} = 1;$$

$$D(X) = \frac{1}{a^2} = 1.$$

2) С. в.  $X$  имеет показательное распределение с параметром  $a = 2$ .

$$M(X) = \frac{1}{a} = \frac{1}{2};$$

$$D(X) = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{4}.$$

3) С. в.  $X$  имеет показательное распределение с параметром  $a = 3$ .

$$M(X) = \frac{1}{a} = \frac{1}{3};$$

$$D(X) = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{9}.$$

**!Task9**

Установите соответствие между функцией плотности распределения вероятностей непрерывной с. в.  $X$  и значениями ее математического ожидания и дисперсии

$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$M(X) = 2, \quad D(X) = 4$
$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$M(X) = 3, \quad D(X) = 9$
$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$	$M(X) = 5, \quad D(X) = 25$
	$M(X) = 1, \quad D(X) = \frac{1}{2}$

**!Solution**

1) С. в.  $X$  имеет показательное распределение с параметром  $a = \frac{1}{2}$ .

$$M(X) = \frac{1}{a} = 2;$$

$$D(X) = \frac{1}{a^2} = 4.$$

2) С. в.  $X$  имеет показательное распределение с параметром  $a = \frac{1}{3}$ .

$$M(X) = \frac{1}{a} = 3;$$

$$D(X) = \frac{1}{a^2} = 9.$$

3) С. в.  $X$  имеет показательное распределение с параметром  $a = \frac{1}{5}$ .

$$M(X) = \frac{1}{a} = 5;$$

$$D(X) = \frac{1}{a^2} = 25.$$

### !Task10

Установите соответствие между функцией распределения непрерывной случайной величины  $X$  и ее плотностью распределения:

$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ x^2 - \frac{1}{3}, & 2 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x, & x \in [2,3] \\ 0, & x \notin [2,3] \end{cases}$
$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{x^2}{6} - \frac{1}{3}x, & 2 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}, & x \in [2,3] \\ 0, & x \notin [2,3] \end{cases}$
$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{x^3}{6} - \frac{1}{4}x^2, & 2 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x, & x \in [2,3] \\ 0, & x \notin [2,3] \end{cases}$
	$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, & x \in [2,3] \\ 0, & x \notin [2,3] \end{cases}$

### !Solution

Воспользуемся тем, что  $f_X(x) = F'_X(x)$ . Имеем

$$1) f_X(x) = F'_X(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [2,3] \\ \frac{1}{5}x, & x \in [2,3] \end{cases}$$

$$2) f_X(x) = F'_X(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [2,3] \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}, & x \in [2,3] \end{cases}$$

$$3) f_X(x) = F'_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x, & 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**